Lineární funkce

Lineární funkce je každá funkce f na množině $\mathbb{R}$ ($D(f) = \mathbb{R}$), která je dána předpisem

$$f : y = ax + b,$$

kde a a b jsou reálná čísla.

Prvním speciálním případem lineární funkce je funkce s koeficientem $a = 0$, tj. funkce

$$f : y = b,$$

kterou nazýváme **konstantní funkce**.

Druhým speciálním případem lineární funkce je funkce s koeficientem $b = 0 \wedge a \neq 0$, tj. funkce

$$f : y = ax,$$

kterou nazýváme **přímá úměrnost.**

Předpis lineární funkce:

f: y = ax + b , ***a, b*** $\in \mathbb{R}$ *(„ a, b jsou reálná čísla“)*

ax …. Lineární člen

b ….. absolutní člen

Zvláštní případy:

- a=0 …. Konstantní funkce (př. **f: y = 2**)
- b = 0 ….. přímá úměrnost (př.: **f: y= 3x**)

Př.: **g: y= 3x + 1** („funkce g je dána předpisem y= 3x + 1“)

V tomto případě a= 3 ; b= 1

Další příklady lineárních funkcí:

- f(x) = 2x (jiný zápis …. f: y= 2x) (přímá úměrnost)
- f(x) = 3 (konstantní funkce)
- *f*(*x*)= −4*x*+8
- *f*: y = 3,1*x* + 1,2

Aby byla funkce lineární, nemusí být nutně přímo zapsána ve tvaru *f: y= ax + b*. Stačí, když ji lze na tento tvar upravit. Příklady:

- *f: y* = 2−*x* můžeme přepsat jako f: y = -1x + 2, což je lineární funkce s lineárním členem -1 a absolutním členem 2.
- *f*: y =5(3−*x*) můžeme přepsat jako *f*: y =−5*x*+15, což je lineární funkce se směrnicí -5 a absolutním členem 15.
- *f*: y =x^2+7−*x*(*x*−1) vypadá na první pohled jako kvadratická funkce, ale můžeme ji upravit na f: y = x + 7 (kvadratický člen se vyruší), takže jde o lineární funkci.

Př. : Pro lineární funkci h platí: h(3) = - 5 a h(-1) = 4. Vyjádřete ji předpisem h: y = ax + b.
(„ hodnota funkce h v bodě 3 je – 5 a hodnota funkce h v bodě -1 je 4“-tzv.Funkční hodnota)

Řešení:

x	**3**	**-1**
y	**-5**	**4**

x a y dosadíme do předpisu lineární funkce f: y= ax + b, sestavíme si soustavu rovnic a dopočítáme koeficienty a , b.

$$-5 = 3a + b$$
$$4 = -1a + b$$

$$-9 = 4a$$

$$a = -\frac{9}{4} \Rightarrow b = \frac{7}{4}$$

$$f: \ y = -\frac{9}{4}x + \frac{7}{4}$$

Graf lineární funkce:

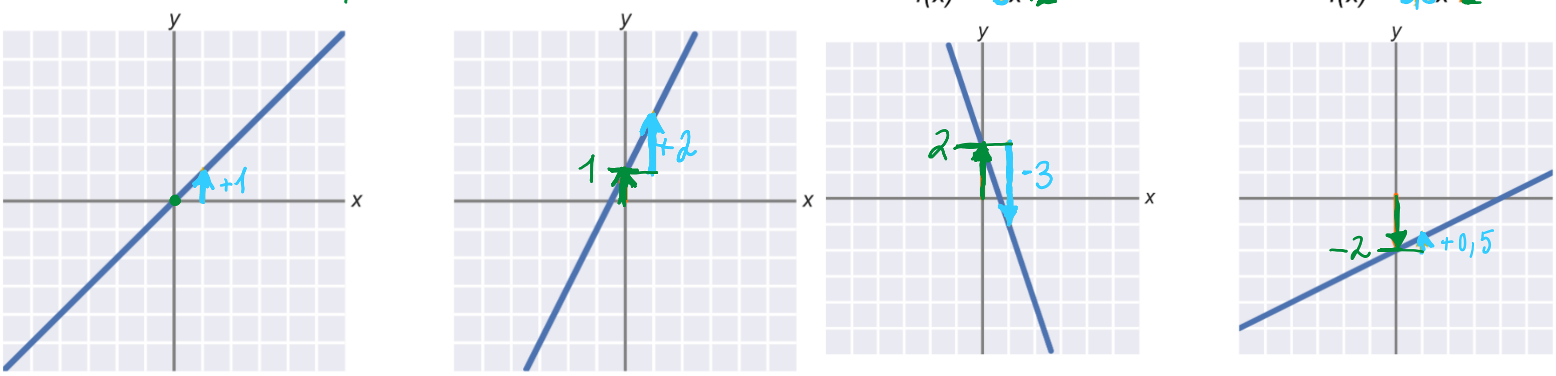
- Grafem každé lineární funkce v soustavě souřadnic Oxy je **přímka různoběžná s osou y**
- Grafem **konstantní funkce** je přímka rovnoběžná s osou x
- Grafem **přímé úměrnosti** je přímka procházející počátkem soustavy souřadnic

- *Pozn.: Přímka je určená vždy 2 body -> stačí nám zjistit 2 body, kterými graf lineární funkce prochází a můžeme ho sestrojit*

f*: *y* = *a*x + *b*   , *a*, *b $\in \mathbb{R}$

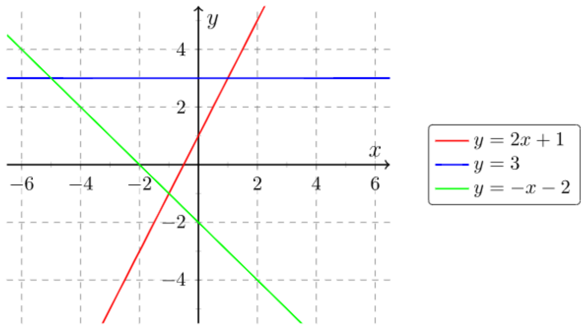
- *směrnice (lineární člen) a* …. *určuje sklon přímky,* což můžeme vyjádřit jako „o kolik jednotek na ose *y* se přímka posune za jednu jednotku na ose *x*“. (v příkladech modrou barvou) .
- *absolutní člen b* … udává „svislý posun“ a *y-ovou souřadnici průsečíku této přímky s osou y. (v příkladech zelenou barvou)*

f(x) = 1x + 0 ← žádný posun   f(x) = 2x+1 ← Py[0; 1]   f(x) = -3x+2   f(x) = 0,5x-2



Pozn.: Kladný absolutní člen znamená posun nahoru, záporný absolutní člen znamená posun dolů. Kladná směrnice (lineární člen) znamená stoupající přímku, záporná směrnice znamená klesající přímku.

Vlastnosti lineárních funkcí



- Definiční obor …. $D_f = \mathbb{R}$ (všechna reálná čísla)
- Obor hodnot …… H_f $\begin{cases} = \mathbb{R} & \text{pokud } a \neq 0 \\ = \{b\} & \text{pokud } a = 0 \end{cases}$
  (konstantní funkce)
- Rostoucí pro $a > 0$
- Klesající pro $a < 0$
- Není omezená (krom konstantní funkce)
- Je prostá
- Přímá úměrnost je lichá (f: y = ax …. Např.: f: y= 4x)